# 大阪医科薬科大学　薬学部

## 2021.11.21実施　学校推薦型選抜・数学解答

Ⅰ (1) 分母を有理化すると、$\sqrt{10}+3$ となるので、

その小数部分は、$\alpha=\sqrt{10}-3$.

$\alpha^2-\sqrt{10}\,\alpha = 10-6\sqrt{10}+9-10+3\sqrt{10} = 9-3\sqrt{10}$

移項して、$\alpha^2-\sqrt{10}\,\alpha\ \underline{+3\sqrt{10}-9}=0$

| | |
|---|---|
| ア | $\alpha=\sqrt{10}-3$ |
| イ | $3\sqrt{10}-9$ |
| ウ | $\frac{4}{5}$ |
| エ | $3$ |

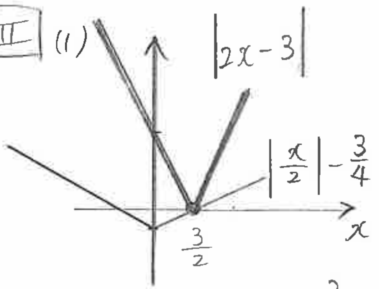
(2) 「両方とも偶数」の余事象と考えると、$1-\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$

(3) $f'(x)=3x^2+2ax-a^2=(x+a)(3x-a)$ より、$x=-a,\ \frac{a}{3}$ で $f'(x)=0$.

$a\neq0$ なので $-a\neq\frac{a}{3}$、また、$\left.\begin{matrix}-a<\frac{a}{3}\\ -a>\frac{a}{3}\end{matrix}\right)$ いずれの場合でも、$f(-a)+f\left(\frac{a}{3}\right)=-10$ が成立する。

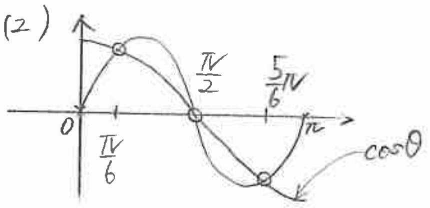
計算すると、$\frac{22}{27}a^3-32=-10$ より、$a^3=27$。$a$ は実数なので、$a=3$.

Ⅱ (1)




グラフより、$x=\frac{3}{2}$

(2)




交点は、$\sin2\theta=\cos\theta$ を満たす点。つまり、

$\underset{\theta=\frac{\pi}{2}}{\underline{\cos\theta}}\ \underset{\theta=\frac{\pi}{6},\ \frac{5}{6}\pi}{\underline{(2\sin\theta-1)}}=0$.

$\cos\theta$ のグラフが下になっているのは、

$\begin{cases}\frac{\pi}{6}<\theta<\frac{\pi}{2},\\ \frac{5}{6}\pi<\theta\leqq\pi.\end{cases}$

| | |
|---|---|
| (1) | $\frac{3}{2}$ |
| (2) | $\frac{\pi}{6}<\theta<\frac{\pi}{2}$　$\frac{5}{6}\pi<\theta\leqq\pi$ |
| (3) (i) | $a=3$ |
| (ii) | $S=2$ |

(3) $C_1: y=ax^2+bx+c$ の頂点が $(2,-6)$ なので、

(i)

$=a(x-2)^2-6$

$=ax^2-4ax+4a-6$

$C_2: y=-ax^2$ で、$C_1$ と $C_2$ の共有点の個数は1コ、つまり接するので、

$-ax^2=ax^2-4ax+4a-6$ が重解をもつ。

判別式 $=4a^2-4a(2a-3)=0$.

より、$-a(a-3)=0$

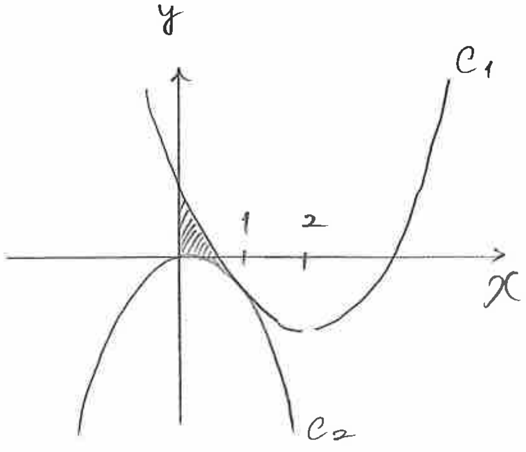
$a\neq0$ なので、$a=3$.

$\boxed{\text{II}}$ (3)(ii). $a=3$ より.

$C_1: y=3x^2-12x+6$

$C_2: y=-3x^2$

接点は $(1,-3)$

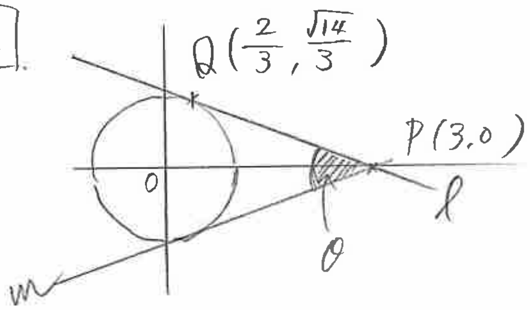



$C_1, C_2$, $y$軸で囲まれた図形は右図の斜線部.

面積は $\int_0^1 C_1 - C_2\,dx = \int_0^1 6x^2-12x+6\,dx = 6\times\int_0^1 (x-1)^2\,dx$

$= 6\times\left[\frac{1}{3}(x-1)^3\right]_0^1 = \frac{6}{3} = 2$

$\boxed{\text{III}}$




$x^2+y^2=2$.

(i) $\boxed{S=\frac{\sqrt{14}}{2}}$

(ii) $\boxed{l: 2x+\sqrt{14}y=6}$

(iii) $\boxed{\tan\theta = \frac{2}{5}\sqrt{14}}$

(i) 接線の方程式は $x_0x+y_0y=2$ で. これが $(3,0)$ 通るので

$3x_0=2$ より. $x_0=\frac{2}{3}$, $y_0=\frac{\sqrt{14}}{3}$ よって $\triangle OPQ = \frac{1}{2}\times 3\times\frac{\sqrt{14}}{3} = \frac{\sqrt{14}}{2}$

(ii) $x_0=\frac{2}{3}$, $y_0=\frac{\sqrt{14}}{3}$ 代入すると. $\frac{2}{3}x+\frac{\sqrt{14}}{3}y=2$

(iii) $\tan\frac{\theta}{2} = \dfrac{\frac{\sqrt{14}}{3}}{3-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$ より. $\tan\theta = \dfrac{2\cdot\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}} = \dfrac{\frac{2\sqrt{14}}{7}}{1-\frac{14}{49}} = \frac{14\sqrt{14}}{35} = \frac{2}{5}\sqrt{14}$

(2) (i) 各項が正の実数なので. $a_n$ の公比は 2. よって. $a_n=2^n$

(i) $\boxed{a_n=2^n}$

(ii) $\boxed{n=31}$

(iii) $\boxed{n=8}$

(ii) $b_n = n\cdot\log_2 5 + \log_2 2^n$

$= n\cdot\log_2 5 + n\cdot\log_2 2$

$= n\cdot\log_2 10$

$= n\cdot\dfrac{1}{\log_{10}2} \geqq 100$

より. $n \geqq 100\times\log_{10}2 \fallingdotseq 30.10$

(iii) $\log_4 C_n = n\cdot\log_2 10$ より. $\log_2 C_n = 2n\cdot\log_2 10$

$= \log_2 10^{2n}$

よって. $C_n = 10^{2n}$

$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{C_k} = \sum_{k=1}^{n} 10^k = 10+100+1000+\cdots 10^n$

$n=8$ のとき. $\underbrace{111111110}_{9ケタ} \leqq \underbrace{111111111}_{9ケタ}$